未命名

2022-11-28 08:58:37

## Rolling friction on a granular medium

能量转移：动能->沙子的动能+部分摩擦热。  
沙子形状：  
解释：在静止情况下小球在沙床上形成类H状的堆积，球体挖出一个约1毫米厚的小凹槽和一个高出床面约半毫米的堤坝。当球体滚动时，凹槽变得更深--大约4毫米，而且受返工影响的轨迹轴线的距离随着速度的增加而稳定地增加。在最高的测量速度（约1.2米/秒）下，球体创造了一个非常宽的4-5厘米但更浅的沟槽（约2-3毫米），可能是因为高冲击能量。因此，在中等速度下，球体通过时，被移走的材料体积大致保持不变。(不是特别能理解论文中他laser定义的长度)

* 解释：箭头部分区域展示了小球动能转移可能发生的区域。沙砾在前方被推挤，形成一个压缩面A，部分积累了小球的动量运动到B面，最远的甚至能达到C处。在球体后面的两侧区域E, F，沙砾在自然重力影响下填充球体离开后的凹陷。最后稳定后形成G的形状，附带两侧堤坝状的沙砾堤H.

## Rolling resistance on sand

物体穿过表面的重量会导致底层颗粒材料的显著下沉和压实

* 首先实验研究滚动阻力对速度的依赖性
* 我们用基于 Mohr-Coulomb 塑性理论的颗粒床理论模型来补充实验。在接触面积远小于圆柱体面积的限制下，滚动圆柱体引起的应力场可以用渐近理论构造。
* 对于具有自由表面的非黏性颗粒介质，重力的影响不可忽略。
* 其中滚动变形由两部分组成：一个塑性变形区域延伸到接触区域前部下方和前方，以及一个塞子它牢固地连接到接触区域后部下方的圆柱体上。
* 摩擦角： , 其中 为摩擦系数，
* TODO: 还需要求转动惯量！
* 物体在完全停止之前会有一部分往回运动的趋势，这里推测是归因于球体前面的弓形波（上一篇的A处），当球体的动量不能维持该波的形状后，波会向周边扩散，从而把球往回推几毫米。
* 球体所受的空气阻力跟速度的二次项有关
* 沙子在前端发生塑性变形，需要使用滑移线理论解释（不懂）

## Rolling resistance of a spherical pod on a granular bed.

* Law of Coulomb friction: 摩擦力跟作用在摩擦面上的正压力成正比，跟外表的接触面积无关。这实际上就是阿蒙顿定律，也就是所谓的静摩擦定律和滑动摩擦定律
* [刚体力学相关知识复习](https://zhuanlan.zhihu.com/p/469279301) || [惯性积的物理意义](https://wenku.baidu.com/view/63404ad7920ef12d2af90242a8956bec0975a5bd.html?_wkts_=1669724140352)
* 恒定滚动阻力(constant rolling resistance force)和粘性滚动阻力(viscous rolling resistance force)
* 实验所用数据：
  + , , , ,
  + 沙砾大小: ;沙砾密度: ；堆积密度：; 摩擦角： 。
* 几个假设
  + 球体在沙床上的运动可以理想简化成在一个完美平坦表面上滚动的球施加一个力 和力矩 。且满足关系：
  + ，其中 ， ,称为滚动阻力系数，该关系是由摩尔摩擦力定律和力矩决定的。 是一个无量纲量，物理意义是小球对于其质点中心的质量分布情况。表示一个质量全部集中在中心的球而 表示一个圆圈。对于密度均匀 的球体， , 对于球壳， 。
  + 定义 为球的有效惯性，比动能(specific kinetic energy ) 。对球中心施加一个力 且只进行平动运动，无摩擦情况下会得到加速度 ，当进行纯滚动时，摩擦力会与部分 抵消，那么实际上得到的加速度等于 。这就是有效惯性的由来。
  + 球在沙床上只发生纯滚动运动，在沙床上几乎没有留下痕迹；
  + 从实验得到的速度-时间关系为近似线性关系，假设模型中也应是线性的；
  + 从实验和相关理论上假设，球滚动时受到恒定滚动阻力和粘性滚动阻力（也可以视为是空气阻力与沙床在塑性形变下对小球的阻力）的影响。
  + 对阻力的假设中允许常数项（恒定滚动阻力）和粘性阻力对应的项存在，并假设该项力与速度二次相关。

### 初步建模

基于上述假设，我们利用正系数 ，假设球运动遵循下述方程：

该模型通过包含 项来确定加速度和速度的关系，该方程就就是 的积分形式，初始条件为   
对该ODE进行解方程，得到解析解：

where and

这里我们没有对 的关系加以限制，也就是没有要求 。对于奇点我们可以取极限来修饰

然后我们使用Tracker对得到的实验数据散点图对其进行拟合，得到了机器最大精度拟合下的可忽略不计 ( ) 的 值，这也侧面证实了相关论文，我们的猜测和实验数据(v-t图像)：对于该条件下，滚动阻力与速度无关。  
因此对 的取极限，得到简化形式：

将 和 对比，得到 。  
注意到当小球速度 m/s，小球会明显偏离假想的 轴，因此我们舍弃这部分的数据。  
最后对单一过程多次测量，对得到 和 ,对 得到 和。考虑到两个球具有相似的半径，由相似的材料制成，并且在相同的颗粒基底上滚动，两个的差异应该是由于两个球的质量和惯性不同。  
这里得到的跟文献[De Blasio, F.V., Saeter, M.B.: Rolling friction on a granular medium. Phys. Rev. E 79, 022301 (2009).](http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.79.022301) 得到的 相差了一个数量级，我们计算两者的 为凹槽的深度， 为球的半径。前者文献的数值约为 ，我们得到的数值为 ，总之，这些实验表明，在没有留下轨迹的情况下，大球在颗粒表面滚动的滚动阻力系数与速度无关。给定相似的球体半径，测量系数量级的差异是由于球体的质量和惯性不同造成的。这些依赖关系值得进一步研究。

### 解析模型

* 在该区域中经历的滚动阻力都可以通过假设基体中的颗粒不会随着球体滚动而发生移动来估计。
* 在一个粗略的近似中，床层可以被建模为在具有非常小的微凸体的刚性表面上的一系列碰撞。当一个滚动而不打滑的小球撞击一块小岩石时，它通过快速连续发生的两次碰撞(碾上去和从上面滚下来)来耗散能量。首先，小球撞击岩石，法向速度衰减。同时，摩擦力将部分角动量转化为线动量，使小球的速度略有增加，但其角速度略有减小，并在此过程中耗散能量。然后球以弹道弧形状经过刚体表面。第二，当球再次撞击地面时法向速度再次衰减，摩擦力再次使体自旋和速度同步，使球回到初始状态，但速度和旋转速率降低。
* 这两次碰撞时均假设为完全非弹性碰撞（即[恢复系数](https://baike.baidu.com/item/%E6%81%A2%E5%A4%8D%E7%B3%BB%E6%95%B0/4000044)为0，因为凸体足够小，球在该点的线速度几乎可以假设角度没有变化)，当碰撞角度θ较小时，其影响在一阶时可忽略不计。
* 该运动过程中的摩擦系数为无穷大（保证没有发生滑动）
* 设 为小球的初始速度， 为凸体的高度， 为损失速度。

则：

因为凸体长度足够小，那么则两次碰撞之间的间隔时间为：

使用 除 ，再除以 进行正则化，得到：

考虑到 ，即球体的半径远远大于凸体的高度， 可以简化成：

值应为砾石层连续颗粒间高度差的平均值。对于尺寸分布均匀的范围 {}，这个平均差值为。利用砾石生产厂家提供的数据，估算出比值接近0.0166。对于该构型，解析模型预测球壳的，实心球的。

对于该模型，我觉得还是有很大改进空间的，

* 一是该凸体可以优化成球体小颗粒；
* 二是利用前面的堆积密度和沙砾密度的关系推导出一个凸体所能提供的最大支撑力（也就是球压过去后会产生塑性形变而下陷）；
* 三是实际实验中可以发现，球体的密度越大，沙床越容易出现痕迹，也就是出现犁痕的实验事实不能忽略，那么最后的 的大小应该是受到球体密度或者重力条件的影响的，直觉上来说是密度或重力越大， 越大，解析式应该有所体现；
* 对于三，我直觉上的修正是对 的解析式进行修正。

### 仿真模拟数据

为了进一步研究这种差异，我们在保持各自无质量惯量和大小不变的情况下，对两个球的质量在之间变化进行了额外的模拟。相应的系数也包含在图中，**并揭示了滚动阻力系数的明显质量依赖性**。对于篮球( j = 2 / 3 ,蓝色)，在更高的质量下观察到Krr的急剧增加，这似乎预示着明显的犁效应的开始。对于药球( j = 2 / 5 ,红色)，没有观察到这种急剧增加。为了进一步研究这些趋势，我们回顾了模拟中球体的能量特征:

我们发现，球体的部分初始能量在滚动过程中转移到砾石中，然后通过摩擦耗散或用于犁耕过程中颗粒表面的塑性变形。较重的球体受到更多的犁耕，从而从表面经历更大的阻力。这表明，球与单个颗粒之间的连续碰撞是能量耗散的第二个来源，控制着所考虑的运动状态。

具体而言应该有：

小球对沙砾的单次微小碰撞所耗散的能量应该满足如下关系：

原论文中没有，我思考后加进去的，因为产生塑性变形后沙砾会吸收球的部分动量而发生运动，也就具有了动能，虽然后续动能会转换成势能(沙砾堆积引起高度变化)，摩擦热而损失掉，但这部分是属于沙砾之间的能量转换关系。